

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
1.1	Formale Sprachen und Mathematik	12
1.2	Die Geschichte der Formalisierung	17
1.3	Kants Philosophie der Mathematik	26
2	Gottlob Frege	39
2.1	Freges Programm	40
2.1.1	Logik	46
2.1.2	Frege und Leibnizens Programm	53
2.1.3	Freges Anspruch jenseits der Mathematik	54
2.1.4	Das Scheitern des fregeschen Programms	56
2.2	Begriffsschrift	57
2.2.1	Notation	57
2.2.2	Semantik	64
2.3	Sprache und Gedanken	67
2.3.1	Freges Wahrheitsbegriff	71
2.4	Abgrenzung formaler und nicht-formaler Sprachen	77
2.4.1	Freges Methode	78
2.4.2	Die Ungenauigkeit der Sprache	87
2.4.3	Sprachdifferenzen	92
2.5	Resümee	98
2.5.1	Noch einmal: Zahlen	98
2.5.2	Versuch einer Sprachcharakteristik	102
3	Der frühe Ludwig Wittgenstein	113
3.1	Das Programm des Tractatus	116
3.1.1	Entstehung und Aufbau	120
3.1.2	Russells Typentheorie	123
3.2	Die Welt und die Sprache: Ontologie	124
3.3	Sprachkritik	132
3.3.1	Die Formenreihe der Sprache	133
3.3.2	Sagen und Zeigen	147
3.3.3	Sinn, Unsinn und Sinnlosigkeit	153
3.4	Metaphysik	159
3.4.1	Wittgensteins Logik	159
3.4.2	Wittgensteins Wahrheitsbegriff	163

3.5	Der tractatische Knoten	167
3.5.1	Zahlen	167
3.5.2	Die Sprachen des Tractatus	171
3.5.3	Sprache, Wahrheit und Metaphysik	178
4	Schluss	187
	Literaturverzeichnis	191
	Register	197

1 Einleitung

Sprachphilosophie könnte so einfach sein, würde sich unsere Sprache nicht so hartnäckig allen Versuchen entziehen, sie endlich in ein logisches Korsett zu bringen. An Versuchen mangelt es nicht, und aus diesen ragt Ludwig Wittgensteins Jugendwerk *Tractatus logico-philosophicus* gleichsam als Vorbild aller späteren weit heraus. Dort liegt aber nur auf den ersten Blick ein klarer und logischer Begriff der Sprache vor. Sicher: Er scheint dort eine logisch aufgebaute Sprache vorzustellen, in der keine unsinnigen Sätze gesagt werden können. Aber dennoch kommt er nicht umhin, die eigenen Sätze selbst als Unsinn zu bezeichnen und zu konstatieren, dass nur derjenige ihn verstehe, der dies einsehe.¹ Dieser Bruch war es dann auch, der viele Interpretationen des *Tractatus* motivierte und zugleich unter Druck setzte. Sie sind ihm auf verschiedene Weisen begegnet – notfalls durch Ignoranz – und konnten ihn sich gleichzeitig zu Nutze machen und durch die Uneindeutigkeit der Zurückweisung die eigene Position bestärkt sehen.

Diese Arbeit schlägt demgegenüber vor, anders als von Wittgenstein im Vorwort selbst nahegelegt, den *Tractatus* nicht allzu ernst zu nehmen und nicht den berühmten Satz 6.54 zum Dreh- und Angelpunkt zu machen, sondern das in 3.332 verkündete Selbstreferenzverbot. Aus dieser Perspektive erscheint der *Tractatus* als eine Radikalisierung der Kritik Russells an Frege.

Ich kann es dem Leser daher auch nicht ersparen, sich noch einmal Frege und mit ihm notgedrungen auch Kant zuzuwenden. Eigentlich sollte man angesichts der Fülle von Literatur zu beiden Autoren davon ausgehen können, dass sie bald in einen Zustand gelangt sein müssten, in dem sich die neuen Erkenntnisse über sie doch nur wiederholen. Wiederholungen werden auch einen großen Teil dieser Arbeit ausmachen und man sollte davon ausgehen, dass sich hierin nichts Neues ergeben wird. Ich aber rücke zur Untersu-

1 Vgl. Ludwig Wittgenstein, „*Tractatus logico-philosophicus*“, in: *Wittgenstein Werkausgabe, Band 1*, Frankfurt am Main (Suhrkamp), 1984, 6.54. Der *Tractatus* wird im Folgenden in laufendem Text mit dem Sigel T zitiert.

chung des gerade vorgeschlagenen Blickwinkels eine Frage in den Mittelpunkt, die, soweit ich sehe, von der Literatur zu den genannten Autoren noch nicht in den Mittelpunkt gestellt worden ist. Diese Frage zielt insbesondere darauf ab, wie Frege und Wittgenstein in der Formalisierungsgeschichte zu verorten sind. Meine Frage lautet, auf welche Weise Frege und Wittgenstein formale und nicht-formale Sprachen, also mathematisch-logisch (re)formulierte Sprachen und gewissermaßen natürliche Sprachen in ihren Philosophien gefasst haben, welche Gemeinsamkeiten und welche Unterschiede sie konstatieren – etwa ob die genannten Autoren einen Wesensunterschied ausmachen.

Die Literatur hat diese Frage bisher allenfalls am Rande behandelt. Meines Erachtens ist es aber notwendig, sie in den Mittelpunkt einer Untersuchung zu stellen: Gerade im Ausgang von Frege und Wittgenstein hat die analytische Philosophie des 20. Jahrhunderts eine große Affinität zur Mathematik und zur Logik entwickelt, wobei sie nicht – Das wäre nichts Neues! – diese beiden einfach nur als Erkenntnisquellen betrachtet, sondern mit diesen sich anschießt, die Sprache selbst zu untersuchen. Noch bei Kant war die Sprache, wie sich zeigen wird, nicht als eigenständiges Erkenntnismedium beachtet worden, während sich diese Einstellung zur Sprache im 19. Jahrhundert zu ändern begann. Man kann die Entwicklung einer eigenen Sprachphilosophie vielleicht unter den beiden Sammelbegriffen „ideal language philosophy“ und „natural language philosophy“ fassen, wobei diese eher die natürliche, also die nicht-formale Sprache in den Blick nimmt, während jene sich anschießt, eine ideale Sprache zu entwickeln, wobei sich hier sowohl formale wie auch nicht-formale Ansätze finden lassen.

Ich verfolge nun aus methodischen Gründen zunächst einen ideal-sprachlichen Ansatz in dieser Arbeit, insofern ich die Konstruktion von idealen Sprachen bei Frege und Wittgenstein verfolge, wenn auch im Hinblick auf ihre Differenz zur gewöhnlichen Sprache. Es wird sich dabei zeigen, dass dieser Ansatz spätestens bei Wittgenstein unter Druck gerät, jedoch ist dieses Vorgehen für den Versuch, die Differenz zwischen beiden Sprachtypen herauszuarbeiten, fruchtbar. Ich halte es im Ausgang von Wittgensteins Methode nämlich für angezeigt, die Differenzierung in eine Philosophie der idealen und eine der normalen Sprache aufzugeben. Es gibt zwar Richtungen in der Philosophie, die sich mit der normalen, d.h. nicht-formalen Spra-

che ohne Ansehung formaler Strukturen beschäftigen, aber gleichzeitig gibt es auch Richtungen in der Sprachphilosophie, die sich wenigstens unter anderem mit formalen Sprachen befassen – dies immer entweder in Richtung der Entwicklung einer idealen Sprache, was der historisch ältere Ansatz ist, oder in Richtung der Untersuchung einer natürlichen Sprache mit Hilfe einer idealen Sprache, dann meistens mit Hilfe der Sprache der Mathematik. Diesen letzteren Ansatz, der einer Klärung über die Verwendung unserer Sprache mit formalen Methoden verpflichtet ist, sehe ich als die eigentliche Basis der analytischen Philosophie an. Seine viel zu selten problematisierte Programmfrage lautet: Welchen Aussagewert haben Ergebnisse formaler Untersuchungen für nicht-formale Sprachen?

Diese Arbeit ist mehrschichtig aufgebaut: Ich versuche zunächst knapp eine historisch-materielle Rekonstruktion, da ich die Entwicklung der formalen Sprachen, teils gröber, teils feiner, nachzeichne. Es zeigt sich dabei etwa, wie Frege die Begriffsschrift und später sein logisches System aus der nicht-formalen Sprache gleichsam herauszieht, obgleich er sich gegen ein solches aus der natürlichen Sprache abstrahierendes Vorgehen stets verwahrt hatte. Ich werde aber auch formale Argumente untersuchen, da ich die Möglichkeit bestimmter Differenzen zwischen formalen und nicht-formalen Sprachen überhaupt betrachte. Hierbei werde ich mich nicht nur auf Frege und Wittgenstein stützen, sondern werde aus der einschlägigen Literatur, aus zentralen Überlegungen der theoretischen Informatik und einer knappen Kantexegese heraus, ein Begriffsinstrumentarium entwickeln, mit dem es möglich ist, die Überlegungen Freges und Wittgensteins präzise einzuschätzen. Das Verhältnis der beiden Ansätze ist dabei eines, wie ich hoffe, des sich gegenseitigen Befruchtens.

Eine Klärung der Differenz oder vielleicht auch Identität von formalen und nicht-formalen Sprachen, die diese Arbeit allenfalls als Skizze zu leisten im Stande sein wird, scheint mir überhaupt von überragender Bedeutung, für die theoretische Informatik nicht so sehr, wie für die analytische Philosophie zu sein. Sind formale Sprachen also nachweislich weniger ausdrucksstark als nicht-formale Sprachen, so können Sätze, die in formaler Reformulierung falsch oder sinnlos erscheinen, außerhalb dieser Reformulierung durchaus sinnvoll oder gar wahr sein. Inwiefern dieses Verhältnis besteht, kann

nur durch eine genaue Abklärung der Natur formaler Sprachen im Hinblick auf ihre Differenz zu nicht-formalen Sprachen geklärt werden. So könnte man sich etwa anschaulich vorstellen, dass Sätze in nicht-formaler Sprache, deren formale Reformulierung gegen den Satz vom Widerspruch oder ein anderes formal-logisches Prinzip verstoßen, durchaus sinnvoll und sogar wahr sein können.

Ich werde nun zunächst den Zusammenhang zwischen formalen Sprachen und der Mathematik formal untersuchen, um mein Vorgehen zu rechtfertigen. Daran anschließend zeichne ich den historischen Kontext von Formalisierungsprojekten nach, deren Entwicklung ich bei Leibniz, aber vorallem bei Kant, die für Frege entscheidend waren, kulminieren lasse. Im Hauptteil meiner Arbeit richte ich dann mein Augenmerk erst auf Frege selbst, danach schließlich auf den frühen Wittgenstein. In beiden Teilen gilt es dabei, zunächst grundlegende Überlegungen der beiden Autoren nachzuzeichnen, um dann aus diesen ihre Philosophie der Sprache mit Blick auf die Differenz formaler und nicht-formaler Sprachen zu entwickeln.

1.1 Formale Sprachen und Mathematik

Die Rekonstruktion von Kants Philosophie der Mathematik einerseits und der entsprechenden Theorien Freges und Wittgensteins als eigentlichen Untersuchungsgegenstand andererseits leuchtet möglicherweise nicht gleich ein. Sie ist aber für die Untersuchung formaler Sprachen unerlässlich: Da formale Sprachen mathematisch beziehungsweise – sofern diese die Arithmetik nicht enthalten – logisch vollständig beschreibbar sind, sind Theorien der Mathematik für den Versuch, die Natur der formalen Sprachen zu klären, fruchtbar.

Formale Sprachen bestehen aus einem Grundalphabet, das neben einfachen Zeichen wie etwa a, b, c auch komplexere Zeichen wie etwa „ein“, „eine“, „Hund“, „Katze“, „jagt“ enthalten kann, die über die Verknüpfung mit Hilfe wohldefinierter Regeln, die so genannte Grammatik, gültige Sätze in der jeweiligen Sprache hervorbringen. Formale Sprachen sind dabei in der theoretischen Informatik in der Chomsky-Hierarchie typisiert, die für die Grammatik²

2 Sprachen werden in der theoretischen Informatik über ihre Grammatik definiert. Eine Sprache \mathcal{L} ist dann gerade die Menge aller Wörter (Sätze), die durch die entsprechende Grammatik erzeugt werden kann.